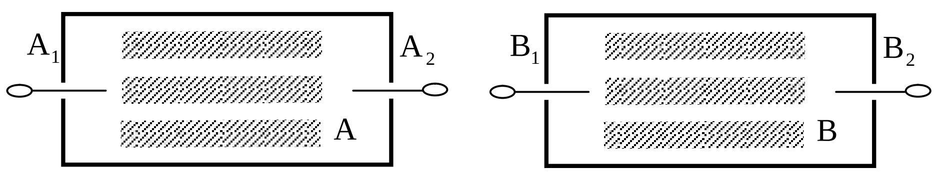
MINISTERUL EDUCAŢIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN - ILFOV
OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE FIZICĂ
Ediţia a 48-a; 1 – 6 aprilie 2012
PROBA PRACTICĂ

IX B

Lucrarea B

Problema 1. Cutii negre cu resorturi

În interiorul a două cutii paralelipipedice identice, A şi B, se află câte trei resorturi elastice identice nedeformate, paralele şi echidistante, foarte uşoare, aliniate aşa cum indică desenele din figura alăturată. Liniaritatea fiecărui resort este asigurată de câte o tijă rigidă interioară, solidară cu pereţii cutiei. Din cele două cutii, prin centrele suprafeţelor capetelor opuse ale acestora, ies în exterior capetele libere ale unor tije mobile, subţiri, terminate cu câte un inel. Capetele tijelor subţiri, aflate în interiorul cutiilor, sunt legate de capetele resorturilor. Tijele mobile sunt paralele cu resorturile. Cele şase resorturi din interiorul cutiilor sunt identice.



Se ştie că:

1) pentru cutia A, dacă tragem spre exterior de inelul A_1, atunci cele două resorturi laterale din cutia A se alungesc identic şi resortul central se scurtează, iar dacă tragem spre exterior de inelul A_2, aflat la celălalt capăt al cutiei A, atunci toate resorturile din cutia A se alungesc identic;

2) pentru cutia B, dacă tragem spre exterior de inelul B_1, atunci cele două resorturi laterale din cutia B se scurtează identic şi resortul central se alungeşte, iar dacă tragem spre exterior de inelul B_2, aflat la celălalt capăt al cutiei B, atunci cele două resorturi laterale din cutia B se alungesc identic, iar resortul central rămâne nedeformat.

Resorturile laterale sunt simetrice faţă de resortul central.

Cerinţe

a) *Să se reconstituie*, pentru fiecare cutie, modul cum sunt conectate capetele resorturilor între ele, cum sunt conectate capetele resorturilor cu pereţii fiecărei cutii şi cum sunt conectate capetele tijelor mobile cu capetele resorturilor. *Să se reprezinte*, raportată la capetele fiecărei cutii, $A\left(A_1; A_2\right)$ şi $B\left(B_1; B_2\right)$, schema din interiorul fiecărei cutii, care corespunde resorturilor nedeformate.

b) Cutiile fiind fixe, se trage spre exterior, succesiv, de fiecare inel, al fiecărei cutii, celălalt inel al cutiei fiind liber. *Să se determine* relaţiile dintre deplasările inelelor fiecărei cutii.

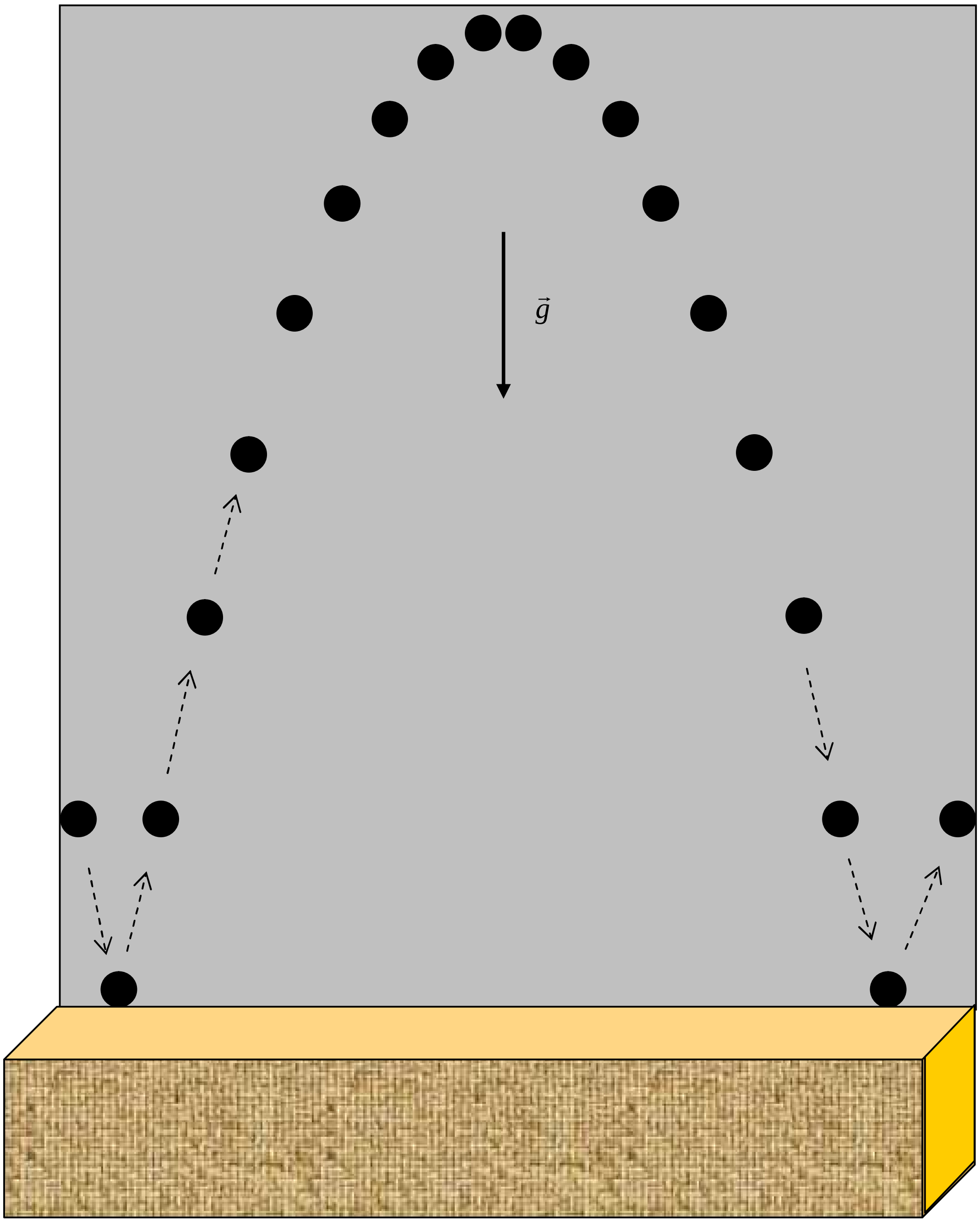
c) Dispunând de un dinamometru şi de o riglă gradată, *să se evidenţieze* posibilităţile care permit *să se determine* constanta de elasticitate a fiecărui resort din fiecare cutie.

Lucrarea B

Problema 2. Mişcarea unei mingi de tenis în câmp gravitaţional

O minge de tenis, lovită cu o rachetă, este trimisă spre suprafaţa de joc, plană şi orizontală a unei săli de sport, pe care o ciocneşte perfect elastic. Imaginile stroboscopice succesive ale mingii, surprinse la intervale de timp $\Delta t = 0{,}057\ \text{s}$, cuprinse între două ciocniri succesive ale mingii cu suprafaţa de joc, sunt reprezentate în figura alăturată.

Să se determine: a) viteza v_0 a mingii după ciocnirea suprafeţei de joc; b) unghiul ~ sub care mingea părăseşte suprafaţa de joc după ciocnirea acesteia. Se ştie că fotografia reprezintă planul vertical al traiectoriei mingii, la scara 1 cm : 8,7 cm. Se neglijează rezistenţa aerului. Se cunoaşte valoarea acceleraţiei gravitaţionale, $g = 9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.



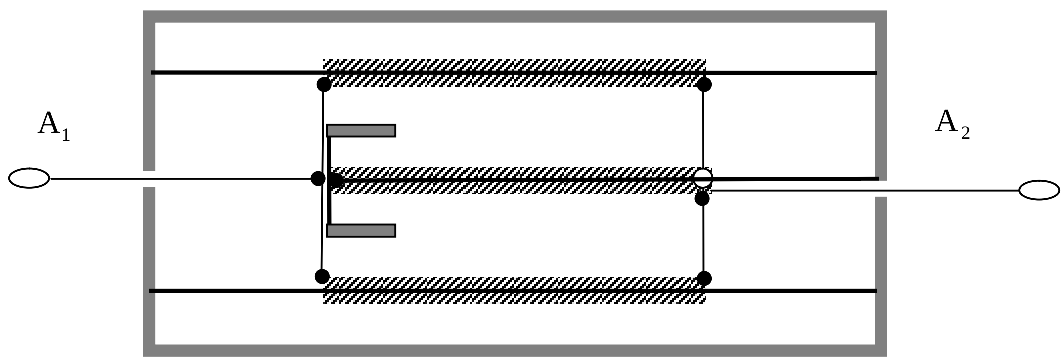
Lucrare propusă de prof. dr. Mihail Sandu
G.Ş.E.A.S. Călimăneşti

Lucrarea B
Problema 1 – REZOLVARE – Barem de notare – 5,00 puncte

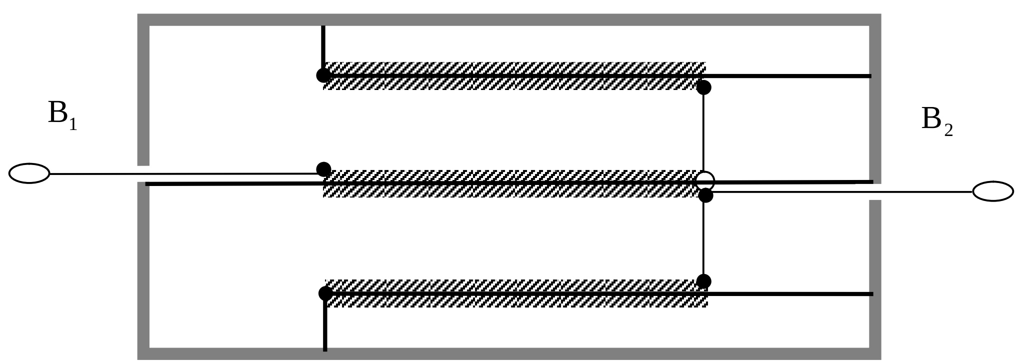
a) – 1,50 puncte

Schemele care corespund conexiunilor resorturilor din cele două cutii sunt reprezentate în desenele din figurile următoare.

1) Pentru cutia A.



2) Pentru cutia B.



b) 2,00 puncte

1) Pentru cutia A, când asupra inelului de la capătul A_1 acţionează o forţă exterioară $\vec{F}_{ext}$, orientată aşa cum indică figura alăturată, determinând apariţia forţelor elastice $\vec{F}_{lat}$ şi respectiv $\vec{F}_{cen}$, care asigură echilibrul elementelor sistemului, însemnează că:

$$F_{ext} = 2F_{lat} = F_{cen},$$

unde F_{lat} şi F_{cen} sunt forţele de reacţie ale resorturilor laterale şi respectiv a resortului central.

Deformările resorturilor laterale fiind identice, în acord cu legea lui Hooke, utilizând desenul din figura alăturată, rezultă:

$$2k(\Delta y)_{\text{lat}} = k(\Delta y)_{\text{cen}},$$

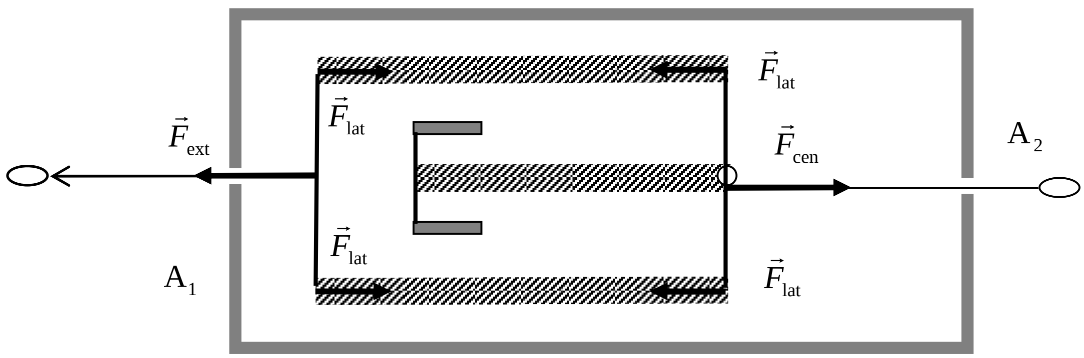
unde: k este constanta de elasticitate a unuia dintre resorturi; $(\Delta y)_{\text{lat}}$ este deformarea unuia dintre resorturile laterale; iar $(\Delta y)_{\text{cen}}$ este deformarea resortului central;

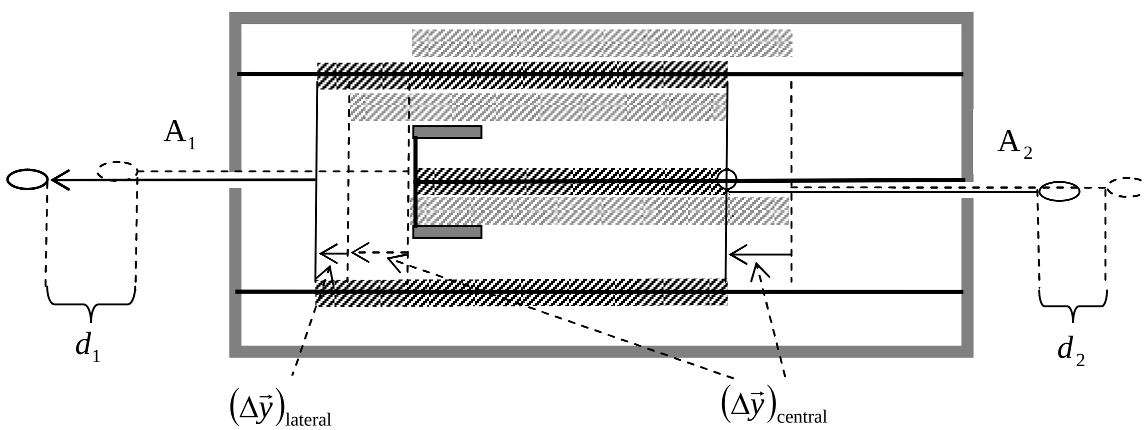
$$2(\Delta y)_{\text{lat}} = (\Delta y)_{\text{cen}};\ (\Delta y)_{\text{lat}} = \frac{1}{2}(\Delta y)_{\text{cen}};$$

$$d_1 = (\Delta y)_{\text{lat}} + (\Delta y)_{\text{cen}} = \frac{3}{2}(\Delta y)_{\text{cen}};$$

$$d_2 = (\Delta y)_{\text{cen}};\ d_1 = \frac{3}{2}d_2,$$

unde d_1 şi d_2 sunt deplasările celor două inele ale cutiei A, atunci când se acţionează din exterior asupra inelului de la capătul A_1 al cutiei A.



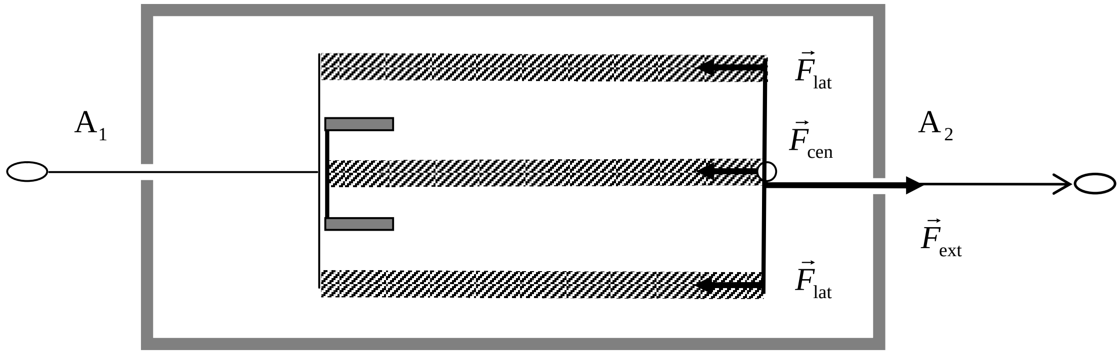


2) Pentru cutia A, când asupra inelului de la capătul A_2 acţionează o forţă exterioară $\vec{F}_{\text{ext}}$, orientată aşa cum indică figura alăturată, determinând apariţia forţelor elastice $\vec{F}_{\text{lat}}$ şi respectiv $\vec{F}_{\text{cen}}$, care asigură echilibrul elementelor sistemului, înseamnează că:

$$F_{\text{ext}} = 2F_{\text{lat}} + F_{\text{cen}},$$

unde F_{lat} şi F_{cen} sunt forţele de reacţie ale resorturilor laterale şi respectiv a resortului central;

$$F_{\text{lat}} = F_{\text{cen}};\ F_{\text{ext}} = 3F_{\text{lat}}.$$



Deformările resorturilor fiind identice, în acord cu legea lui Hooke, utilizând desenul din figura alăturată, rezultă:

$$3k(\Delta y)_{\text{lat}} = F_{\text{ext}},$$

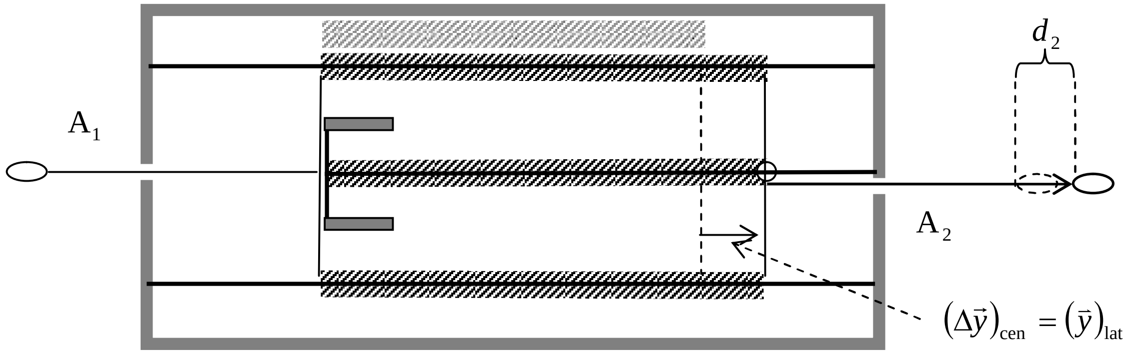
unde: k este constanta de elasticitate a unuia dintre resorturi; $(\Delta y)_{\text{lat}}$ este deformarea unuia dintre resorturile laterale; iar $(\Delta y)_{\text{cen}}$ este deformarea resortului central;

$$(\Delta y)_{\text{lat}} = (\Delta y)_{\text{cen}};$$

$$d_1 = 0;$$

$$d_2 = (\Delta y)_{\text{cen}},$$

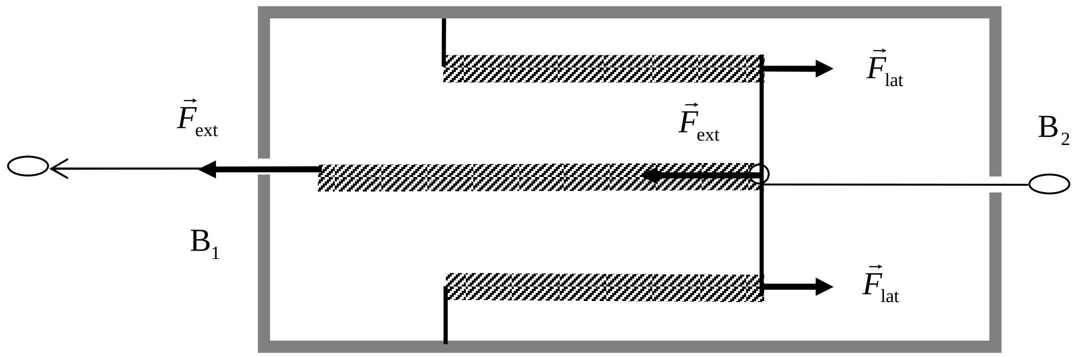
unde d_1 şi d_2 sunt deplasările celor două inele ale cutiei A, atunci când se acţionează din exterior asupra inelului de la capătul A_2 al cutiei A.



3) Pentru cutia B, când asupra inelului de la capătul B_1 acţionează o forţă exterioară $\vec{F}_{\text{ext}}$, orientată aşa cum indică figura alăturată, determinând apariţia forţelor elastice $\vec{F}_{\text{lat}}$ şi respectiv $\vec{F}_{\text{cen}}$, care asigură echilibrul elementelor sistemului, înseamnă că:

$$F_{\text{ext}} = 2F_{\text{lat}} = F_{\text{cen}},$$

unde F_{lat} şi F_{cen} sunt forţele de reacţie ale resorturilor laterale şi respectiv a resortului central.



Deformările resorturilor laterale fiind identice, în acord cu legea lui Hooke, utilizând desenul din figura alăturată, rezultă:

$$2k(\Delta y)_{\text{lat}} = k(\Delta y)_{\text{cen}},$$

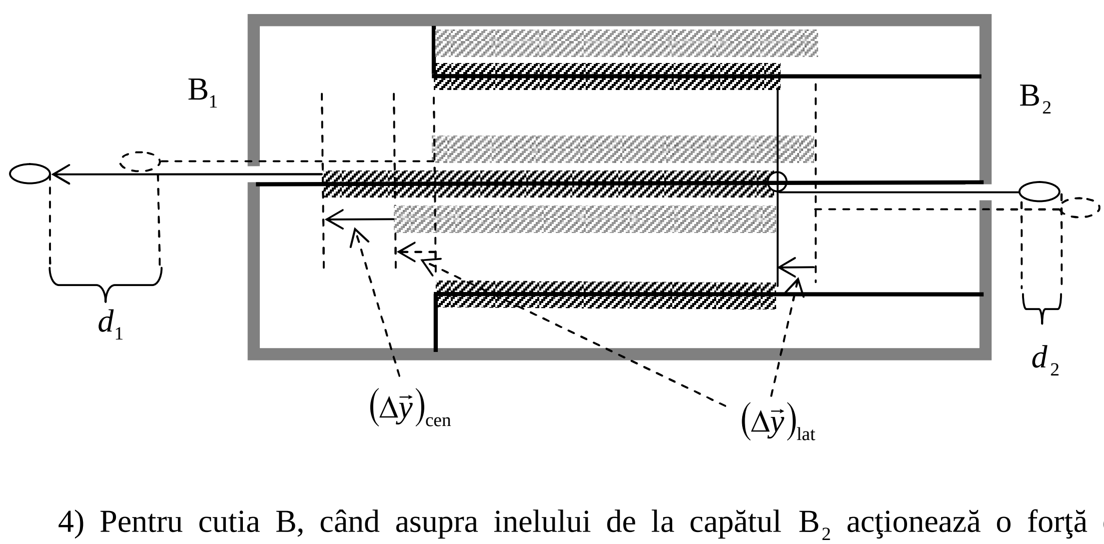
unde: k este constanta de elasticitate a unuia dintre resorturi; $(\Delta y)_{\text{lat}}$ este deformarea unuia dintre resorturile laterale; iar $(\Delta y)_{\text{cen}}$ este deformarea resortului central;

$$2(\Delta y)_{\text{lat}} = (\Delta y)_{\text{cen}};\ (\Delta y)_{\text{lat}} = \frac{1}{2}(\Delta y)_{\text{cen}};$$

$$d_1 = (\Delta y)_{\text{lat}} + (\Delta y)_{\text{cen}} = 3(\Delta y)_{\text{lat}} = \frac{3}{2}(\Delta y)_{\text{cen}};$$

$$d_2 = (\Delta y)_{\text{lat}} = \frac{1}{2}(\Delta y)_{\text{cen}};\ d_1 = 3d_2,$$

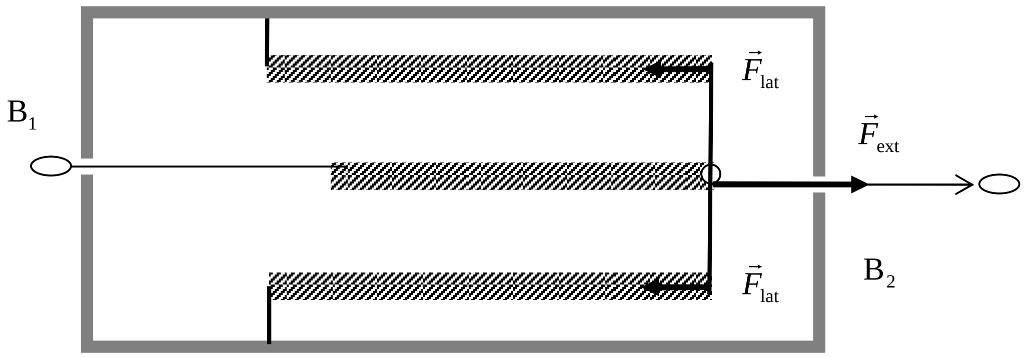
unde d_1 şi d_2 sunt deplasările celor două inele ale cutiei B, atunci când se acţionează din exterior asupra inelului de la capătul B_1 al cutiei B.



4) Pentru cutia B, când asupra inelului de la capătul B_2 acţionează o forţă exterioară $\vec{F}_{\text{ext}}$, orientată aşa cum indică figura alăturată, determinând apariţia forţelor elastice $\vec{F}_{\text{lat}}$, care asigură echilibrul elementelor sistemului, înseamnă că:

$$F_{\text{ext}} = 2F_{\text{lat}},$$

unde F_{lat} sunt forţele de reacţie ale resorturilor laterale.



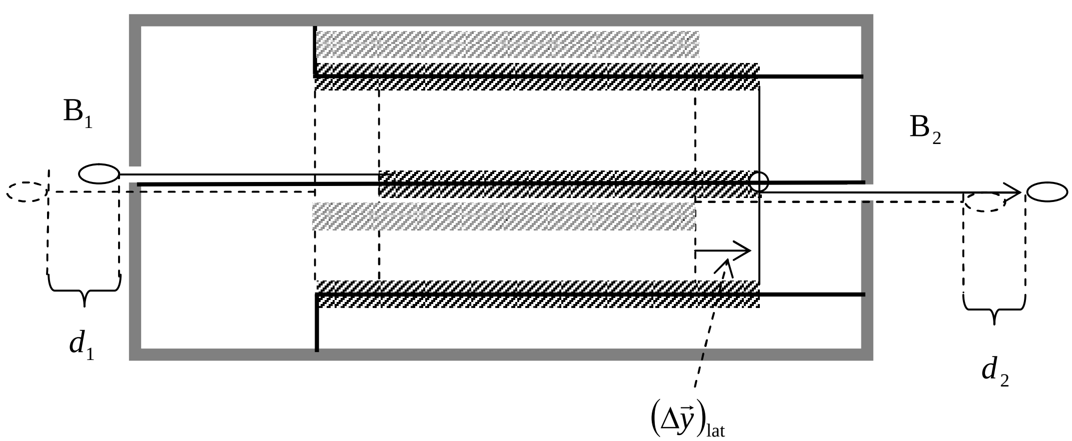
Deformările resorturilor laterale fiind identice, în acord cu legea lui Hooke, utilizând desenul din figura alăturată, rezultă:

$$2k(\Delta y)_{\text{lat}} = F_{\text{ext}},$$

unde: k este constanta de elasticitate a unuia dintre resorturi; $(\Delta y)_{\text{lat}}$ este deformarea unuia dintre resorturile laterale;

$$d_2 = (\Delta y)_{\text{lat}} = d_1,$$

unde d_1 şi d_2 sunt deplasările celor două inele ale cutiei B, atunci când se acţionează din exterior asupra inelului de la capătul B_2 al cutiei B.



c) 1,00 punct

Utilizând rezultatele anterioare obţinem:

1)

$$F_{\text{ext}} = 2F_{\text{lat}} = F_{\text{cen}};$$

$$F_{\text{ext}} = 2k(\Delta y)_{\text{lat}} = k(\Delta y)_{\text{cen}};$$

$$2(\Delta y)_{\text{lat}} = (\Delta y)_{\text{cen}};\ (\Delta y)_{\text{lat}} = \frac{1}{2}(\Delta y)_{\text{cen}};$$

$$d_1 = \frac{3}{2}(\Delta y)_{\text{cen}};\ \ d_2 = (\Delta y)_{\text{cen}};\ d_1 = \frac{3}{2}d_2,$$

$$(\Delta y)_{\text{cen}} = \frac{2}{3}d_1 = d_2;$$

$$F_{\text{ext}} = k(\Delta y)_{\text{cen}} = \frac{2}{3}kd_1 = kd_2;$$

$$k = \frac{3F_{\text{ext}}}{2d_1} = \frac{F_{\text{ext}}}{d_2}.$$

2)

$$F_{\text{ext}} = 3F_{\text{lat}};\ 3k(\Delta y)_{\text{lat}} = F_{\text{ext}} = 3k(\Delta y)_{\text{cen}};$$

$$(\Delta y)_{\text{lat}} = (\Delta y)_{\text{cen}};$$

$$d_1 = 0;$$

$$d_2 = (\Delta y)_{\text{cen}},$$

$$F_{\text{ext}} = 3k(\Delta y)_{\text{cen}} = 3kd_2;\ \ k = \frac{F_{\text{ext}}}{3d_2}.$$

3)

$$F_{\text{ext}} = 2F_{\text{lat}} = F_{\text{cen}},$$

$$2(\Delta y)_{\text{lat}} = (\Delta y)_{\text{cen}};\ (\Delta y)_{\text{lat}} = \frac{1}{2}(\Delta y)_{\text{cen}};$$

$$d_1 = (\Delta y)_{\text{lat}} + (\Delta y)_{\text{cen}} = 3(\Delta y)_{\text{lat}};$$

$$d_2 = (\Delta y)_{\text{lat}};\ d_1 = 3d_2,$$

$$F_{\text{ext}} = 2k(\Delta y)_{\text{lat}} = k(\Delta y)_{\text{cen}};$$

$$F_{\text{ext}} = 2kd_2 = \frac{2}{3}kd_1;$$

$$k = \frac{3F_{\text{ext}}}{2d_1} = \frac{F_{\text{ext}}}{2d_2}.$$

4)

$$F_{\text{ext}} = 2F_{\text{lat}},$$

$$2k(\Delta y)_{\text{lat}} = F_{\text{ext}},$$

$$d_2 = (\Delta y)_{\text{lat}} = d_1,$$

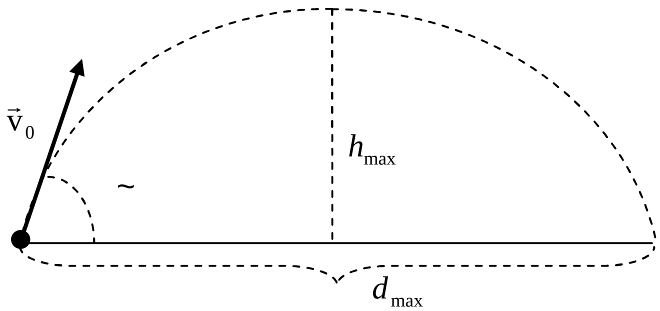
$$F_{\text{ext}} = 2k(\Delta y)_{\text{lat}} = 2kd_1 = 2kd_2;$$

$$k = \frac{F_{\text{ext}}}{2d_1} = \frac{F_{\text{ext}}}{2d_2}.$$

Oficiu ……………………………………………………… 0,50 puncte

Lucrarea B
Problema 2 – Rezolvare – Barem de notare – 5,00 puncte

Când un punct material este lansat de pe solul orizontal, cu viteza iniţială $\vec{v}_0$, sub un unghi $\sim$ faţă de orizontală, aşa cum indică figura alăturată, distanţa maximă parcursă de proiecţia pe sol a punctului material este:



$$d_{max} = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\sim ,$$

iar înălţimea maximă la care ajunge punctul material este:

$$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \sim ,$$

astfel încât:

$$\frac{d_{max}}{h_{max}} = \frac{4}{\tan \sim}.$$

Utilizând fotografia stroboscopică prezentată în figura alăturată, prin măsurători cu rigla, găsim:

$$x_{max} = 11{,}2 \text{ cm}; \; y_{max} = 14{,}1 \text{ cm}.$$

Dacă utilizăm informaţia din enunţul problemei, conformă căreia pentru 1 cm de pe fotografia stroboscopică, corespund în realitate 8,7 cm, rezultă:

$$d_{max} = x_{max} S; \; h_{max} = y_{max} S,$$

unde $S = \frac{8{,}7 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$, reprezintă scara la care este realizată fotografia stroboscopică;

$$d_{max} = 11{,}2 \text{ cm} \cdot \frac{8{,}7 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 97{,}44 \text{ cm} = 0{,}9744 \text{ m};$$

$$h_{max} = 14{,}1 \text{ cm} \cdot \frac{8{,}7 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 122{,}67 \text{ cm} = 1{,}2267 \text{ m};$$

$$\frac{d_{max}}{h_{max}} = \frac{x_{max}}{y_{max}} = \frac{4}{\tan \sim};$$

$$\tan \sim = \frac{4 y_{max}}{x_{max}} = \frac{4 \cdot 14{,}1 \text{ cm}}{11{,}2 \text{ cm}} = 5{,}0357;$$

$$\sim \approx 78{,}76^\circ ,$$

reprezentând unghiul, faţă de orizontală, sub care mingea a părăsit masa după ciocnirea perfect elastică a suprafeţei orizontale a acesteia.

Cunoscând valoarea unghiului $\sim$, rezultă:

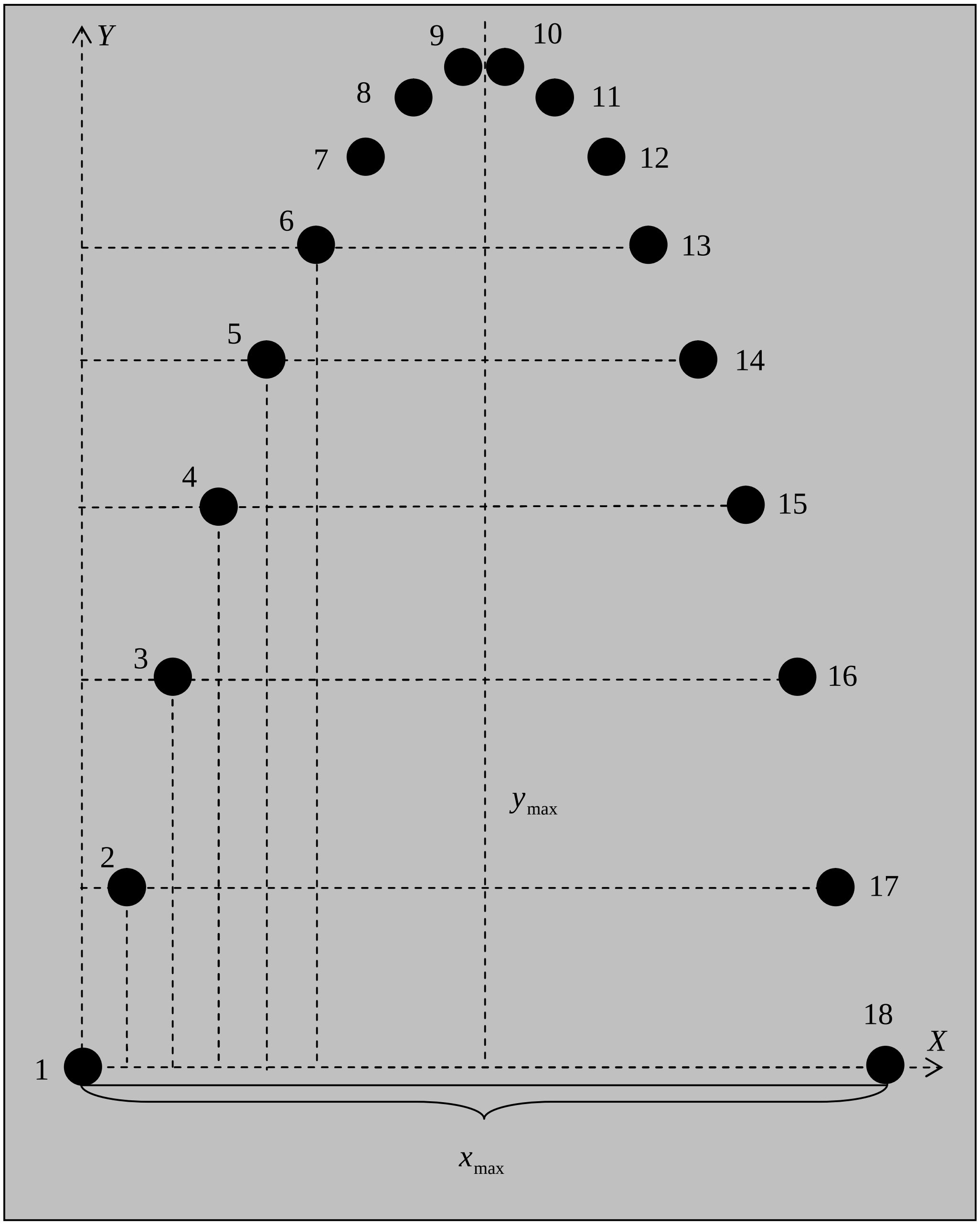
$$h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}\sin^2\sim; \quad v_0 = \frac{\sqrt{2gh_{\max}}}{\sin\sim} = \frac{\sqrt{2\cdot 9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 1{,}2267\ \mathrm{m}}}{\sin\left(78{,}76^\circ\right)} = \frac{\sqrt{24{,}04332}}{0{,}9808}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}};$$

$$v_0 = 4{,}9993\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},$$

reprezentând viteza cu care mingea a părăsit suprafaţa mesei după ciocnirea perfect elastică a acesteia;

$$d_{\max} = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\sim; \; v_0 = \sqrt{\frac{gd_{\max}}{\sin 2\sim}} = \sqrt{\frac{9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 0{,}9744\ \mathrm{m}}{\sin\left(157{,}52^\circ\right)}} = \sqrt{\frac{9{,}54912}{0{,}3823}}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}};$$

$$v_0 = 4{,}9978\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$



Imaginile stroboscopice succesive ale mingii fiind surprinse la intervale de timp ale căror durate au fost egale cu $\Delta t = 0{,}057\,\mathrm{s}$, măsurând pe fotografie coordonatele de poziţie $(x; y)$ ale imaginii mingii şi determinând coordonatele de poziţie corespunzătoare $(X; \mathrm{Y})$ ale mingii, în urma calculelor care se impun, rezultă:

- pentru poziţia 2

$$x_2 = 0{,}6\,\mathrm{cm};$$

$$X_2 = 0{,}6\,\mathrm{cm}\cdot\frac{8{,}7\,\mathrm{cm}}{1\,\mathrm{cm}} = 5{,}22\,\mathrm{cm} = 0{,}0522\,\mathrm{m};$$

$$X_2 = \mathrm{v}_0 \cos\sim \cdot 1 \cdot \Delta t = 0{,}0522\,\mathrm{m};$$

$$\mathrm{v}_0 \cos\sim = \frac{0{,}0522\,\mathrm{m}}{1 \cdot 0{,}057\,\mathrm{s}} = 0{,}9157894\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}};$$

$$y_2 = 2{,}55\,\mathrm{cm};$$

$$Y_2 = 2{,}55\,\text{cm}\cdot\frac{8{,}7\,\text{cm}}{1\,\text{cm}} = 22{,}189\,\text{cm} = 0{,}22189\,\text{m};$$

$$Y_2 = \text{v}_0 \sin\sim(1\cdot\Delta t) - \frac{g(1\cdot\Delta t)^2}{2} = 0{,}22189\,\text{m};$$

$$\text{v}_0 \sin\sim = \frac{g(1\cdot\Delta t)}{2} + \frac{0{,}22189\,\text{m}}{1\cdot\Delta\,\text{t}} = \frac{9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 0{,}057\,\text{s}}{2} + \frac{0{,}22189\,\text{m}}{0{,}057\,\text{s}};$$

$$\text{v}_0 \sin\sim = 4{,}1721070\,\frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$\tan\sim = \frac{4{,}1721070\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}9157894\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 4{,}5557;$$

$$\sim \approx 77{,}62^\circ;$$

$$\text{v}_0 = \sqrt{(4{,}1721070)^2 + (0{,}9157894)^2}\,\frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$\text{v}_0 \approx 4{,}2714\,\frac{\text{m}}{\text{s}};$$

- pentru poziţia 4

$$x_4 = 1{,}9\,\text{cm};$$

$$X_4 = 1{,}9\,\text{cm}\cdot\frac{8{,}7\,\text{cm}}{1\,\text{cm}} = 16{,}53\,\text{cm} = 0{,}1653\,\text{m};$$

$$X_4 = \text{v}_0 \cos\sim\cdot 3\cdot\Delta t = 0{,}16353\,\text{m};$$

$$\text{v}_0 \cos\sim = \frac{0{,}1653\,\text{m}}{3\cdot 0{,}057\,\text{s}} = 0{,}9666666\,\frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$y_4 = 7{,}5\,\text{cm};$$

$$Y_4 = 7{,}5\,\text{cm}\cdot\frac{8{,}7\,\text{cm}}{1\,\text{cm}} = 65{,}25\,\text{cm} = 0{,}6525\,\text{m};$$

$$Y_4 = \text{v}_0 \sin\sim(3\cdot\Delta t) - \frac{g(3\cdot\Delta t)^2}{2} = 0{,}6525\,\text{m};$$

$$\text{v}_0 \sin\sim = \frac{g(3\cdot\Delta t)}{2} + \frac{0{,}6525\,\text{m}}{3\cdot\Delta\,\text{t}} = \frac{9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 3\cdot 0{,}057\,\text{s}}{2} + \frac{0{,}6525\,\text{m}}{3\cdot 0{,}057\,\text{s}};$$

$$\text{v}_0 \sin\sim = 4{,}6536894\,\frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$\tan\sim = \frac{4{,}6536894\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}9666666\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 4{,}8141;\ \sim \approx 78{,}24^\circ;$$

$$\text{v}_0 = \sqrt{(4{,}6536894)^2 + (0{,}9666666)^2}\,\frac{\text{m}}{\text{s}};\ \text{v}_0 \approx 4{,}7530\,\frac{\text{m}}{\text{s}};$$

- pentru poziţia 6

$$x_6 = 3{,}3\,\text{cm};$$

$$X_6 = 3{,}3\,\text{cm}\cdot\frac{8{,}7\,\text{cm}}{1\,\text{cm}} = 28{,}71\,\text{cm} = 0{,}2871\,\text{m};$$

$$X_6 = \text{v}_0\cos{\sim}\cdot 5\cdot\Delta t = 0{,}2871\,\text{m};$$

$$\text{v}_0\cos{\sim} = \frac{0{,}2871\,\text{m}}{5\cdot 0{,}057\,\text{s}} = 1{,}0073684\,\frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$y_6 = 11{,}4\ \text{cm};$$

$$Y_6 = 11{,}4\,\text{cm}\cdot\frac{8{,}7\,\text{cm}}{1\,\text{cm}} = 99{,}18\,\text{cm} = 0{,}9918\,\text{m};$$

$$Y_6 = \text{v}_0\sin{\sim}\left(5\cdot\Delta t\right) - \frac{g\left(5\cdot\Delta t\right)^2}{2} = 0{,}9918\,\text{m};$$

$$\text{v}_0\sin{\sim} = \frac{g\left(5\cdot\Delta t\right)}{2} + \frac{0{,}9918\,\text{m}}{5\cdot\Delta\,\text{t}} = \frac{9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot 5\cdot 0{,}057\,\text{s}}{2} + \frac{0{,}9918\,\text{m}}{5\cdot 0{,}057\,\text{s}};$$

$$\text{v}_0\sin{\sim} = 4{,}8765\,\frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$\tan{\sim} = \frac{4{,}8765\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{1{,}0073684\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 4{,}8408;\ \sim\ \approx 78{,}33^\circ;$$

$$\text{v}_0 = \sqrt{\left(4{,}8765\right)^2 + \left(1{,}0073684\right)^2}\,\frac{\text{m}}{\text{s}};\ \text{v}_0 \approx 4{,}97946\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

În aceste condiţii acceptăm ca rezultate finale:

$$\bar{\sim} = \frac{78{,}76^\circ + 77{,}62^\circ + 78{,}24^\circ + 78{,}33^\circ}{4} = 78{,}2375^\circ;$$ **……….. 2,25 puncte**

$$\bar{\text{v}}_0 = \frac{4{,}9993 + 4{,}9978 + 4{,}2714 + 4{,}7530 + 4{,}97946}{5}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 4{,}800192\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$ **……… 2,25 puncte**

Oficiu ……………………………………………………… 0,50 puncte